Distribución Bernoulli

Los experimentos que contienen dos posibles resultados se denominan **ensayos de Bernoulli**, generalmente se denominan a uno de los dos posibles resultados de un ensayo de Bernoulli **éxito** y al otro **fracaso**. Estos dos términos se utilizan sólo para identificar los resultados y no implican que un resultado sea más deseable que el otro. A cualquiera de los dos posibles resultados puede denominársele éxito y al otro fracaso.

Asignamos el valor de 1 al evento denominado éxito y 0 al evento denominado fracaso. Sea $\boldsymbol{X}$ una v. a. de Bernoulli que tiene los posibles valores de *0* y *1*. Además, sea $\boldsymbol{p}$ la probabilidad de éxito y $(\mathbf{1}-\boldsymbol{p})=\boldsymbol{q}$ la probabilidad de fracaso.

Distribución binomial.

El modelo probabilístico de Bernoulli constituye la base de la distribución binomial. Si en un experimento binomial $\boldsymbol{p}$ es la probabilidad de éxito y $\boldsymbol{q}$ la de fracaso en un ensayo simple, entonces la probabilidad $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ de que haya exactamente $\boldsymbol{x}$ éxitos en $\boldsymbol{n}$ ensayos es:

$$\boldsymbol{P(x)=C(n,x)p^{x}q^{n-x}} \textbf{ para } \boldsymbol{x=0,1,2,3,\dots,n}$$

Propiedades de la distribución binomial son:

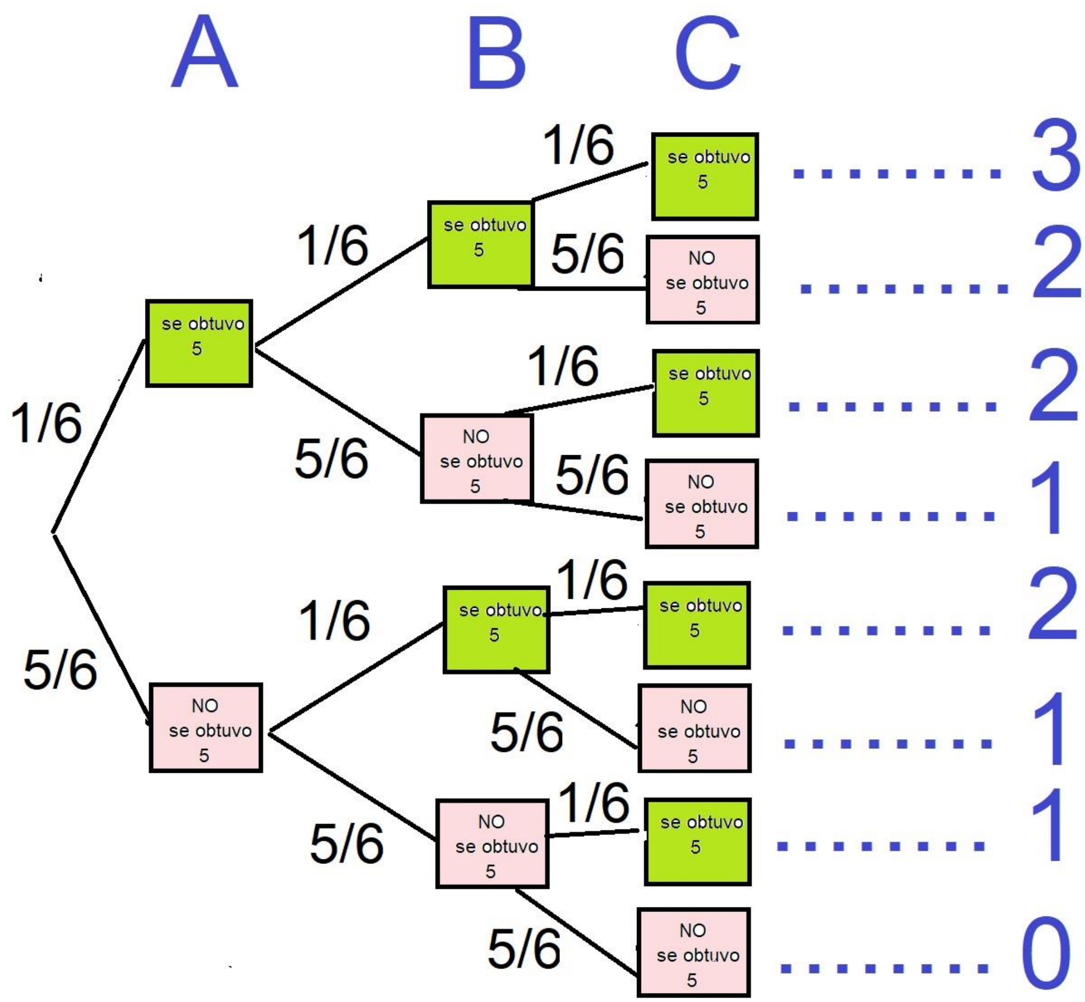
1. Cada ensayo tiene dos resultados posibles (éxito, fracaso).
2. Hay n ensayos Bernoulli independientes repetidos.
3. $\boldsymbol{P(éxito)=p\ P(fracaso)=q}$**;** las cuales se mantienen constantes en cada ensayo Bernoulli.
4. La v. a. binomial $\boldsymbol{X}$ es el número de éxitos, por lo tanto $\boldsymbol{x}$ puede tomar cualquier valor entero entre $\mathbf{0}$ y $\boldsymbol{n}$**.**

La media y la desviación estándar de una distribución de probabilidad binomial teórica puede obtenerse utilizando las dos fórmulas siguientes:

$$\boldsymbol{\mu=np}$$

$$\boldsymbol{\sigma=\sqrt{npq}}$$

Consideremos ahora el lanzamiento de tres dados (dado A, dado B y dado C), dados sin cargar y de seis caras. Se lanzan y se observa las veces que “cayo 5” en la cara superior de cada dado. Deducimos que se podrán observar 0, 1, 2 o 3 veces el número 5. Veamos el siguiente diagrama de árbol para analizarlo y contestar algunas preguntas:



Preguntas:

1. ¿Por qué la probabilidad de **NO** obtener 5 es $5/6$?
2. ¿La probabilidad de NO obtener 5 o de obtener 5 se mantiene constante?
3. Para observar 2 veces el número 5, ¿en qué dados puedo observarlos? ¿Crees que esto tenga que ver con el número de combinaciones?
4. ¿Qué valor tiene $C(3,2)$?

5. ¿Crees que el resultado de cada dado sea independiente de los demás? Justifica tu respuesta.
6. ¿Cómo obtienes la probabilidad de eventos independientes?
7. Entonces, ¿Cuál es la probabilidad de observar 2 veces el número 5 al lanzar 3 dados? Coloca tus operaciones aquí
8. ¿Encuentras similitud entre tus operaciones y el modelo binomial? Menciona cuáles
9. Calcula las demás probabilidades, es decir la de observar 0, 1 o 3 veces el número 5.
10. ¿Cuánto suman todas?

Ejemplo: Cierta tratamiento contra el Covid-19 tiene una efectividad del 36%. Sea ***X*** el número de pacientes curados en una muestra de 10 pacientes que han tomado el tratamiento. Obténgase la probabilidad de que

a) Tres se recuperen
b) Por lo menos 1 se cure
c) 2 o menos pacientes **NO** se curen
d) 9 o menos pacientes se curen
e) Obtén el valor esperado
f) Obtén la desviación estándar de X