

## Representaciones gráficas

Una vez que hemos sabido valorar la importancia de la recopilación de datos en el proceso de una investigación, y sabemos construir tablas de distribución de frecuencias para representar el comportamiento de las variables cualitativas y cuantitativas, estamos listos para poder representar nuestra información gráficamente.

**Histograma.** Un histograma es una representación gráfica para datos cuantitativos, por ejemplo: estatura de los estudiantes, peso corporal, contenido de llenado de refresco, etc. En un histograma los límites reales de cada uno de los intervalos de clase que constituyen la agrupación de datos están marcados sobre el eje horizontal y las frecuencias o frecuencias relativas están marcadas sobre el eje vertical. El histograma se construye por medio de rectángulos unidos cuyas bases son las de los intervalos de clase que conforman los límites reales que ellos representan y cuyas alturas representan a las frecuencias o a las frecuencias relativas. Ejemplifiquemos lo anterior considerando la siguiente distribución de frecuencias que corresponde al Número de minutos que utilizan los alumnos para trasladarse de su casa a la escuela:

<i>Li</i>	<i>Ls</i>	<i>Frecuencia</i>
10	14	10
15	19	12
20	24	7
25	29	3
30	34	2
35	39	1

Los límites reales de cada uno de los intervalos anteriores son:

<i>Li Real</i>	<i>Ls Real</i>



En el histograma podemos observar que existe una concentración mayor de las observaciones en los primeros 3 intervalos, con lo que podemos interpretar de que los alumnos no requieren de mucho tiempo para trasladarse de su casa a la escuela. Como ejercicio coloca un punto en donde se localice cada punto medio. También coloca el valor de cada punto medio en la gráfica.

### Ejercicio 1

Elabora el histograma de la siguiente distribución de frecuencias, la cual corresponde al número de cigarrillos que solían fumar al día 28 personas hospitalizadas por enfisema pulmonar:

<i>Li</i>	<i>Ls</i>	<i>f</i>	<i>P.M.</i>	<i>fr</i>	<i>Li Real</i>	<i>Ls Real</i>
2	4	3				
5	7	0				
8	10	10				
11	13	10				
14	16	5				

### Ejercicio 2

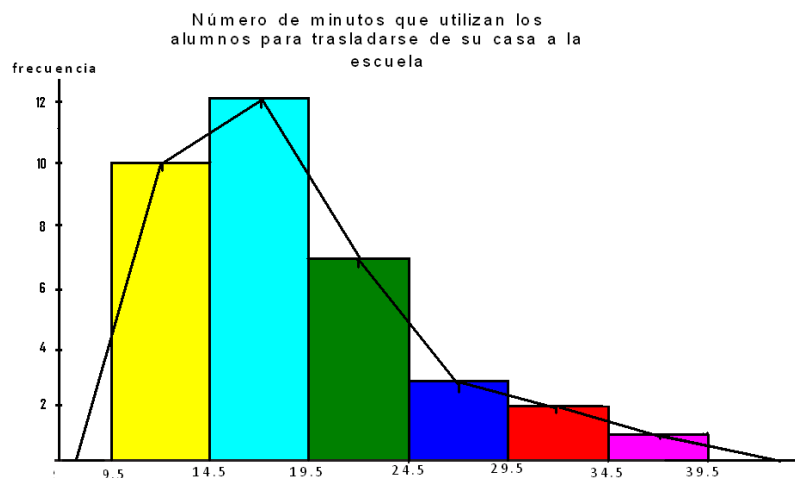
Elabora el histograma de la siguiente distribución de frecuencias, la cual corresponde a la duración en minutos de 26 conversaciones en teléfono celular:

<i>Li</i>	<i>Ls</i>	<i>f</i>	<i>P.M. (xi)</i>	<i>fr</i>	<i>Li Real</i>	<i>Ls Real</i>
0.2	0.4	10				
0.5	0.7	10				
0.8	1.0	3				
1.1	1.3	2				
1.4	1.6	1				

**Polígono de frecuencias.** Un polígono de frecuencias es una representación gráfica para datos cuantitativos, para trazar un polígono de frecuencias usamos segmentos de recta que conecten los puntos medios de los techos de los rectángulos que representan los intervalos de clase, cerramos el polígono por los extremos, prolongando los segmentos de recta de cada uno de ellos de tal forma que toquen el eje horizontal en el punto medio del siguiente intervalo de clase.



También lo podemos trazar sobre el mismo histograma:



**Interpretación.** Observamos una mayor concentración de los datos entre los 9.5 minutos y los 24.5 minutos, por lo que podemos concluir que un porcentaje considerable de alumnos no utiliza más de media hora para trasladarse de su casa a la escuela.

### Ejercicio

Elabora el polígono de la siguiente distribución de frecuencias, la cual corresponde a la calificación de un examen de 27 alumnos:

<i>Li</i>	<i>Ls</i>	<i>f</i>	<i>xi</i>	<i>fr</i>	<i>Li Real</i>	<i>Ls Real</i>
1.6	3.0	5				
3.1	4.5	10				
4.6	6.0	9				
6.1	7.5	2				
7.6	9.0	1				

### Ejercicio

Elabora el histograma y el polígono de la distribución de frecuencias, la cual corresponde a la estatura de 28 alumnas de primer semestre:

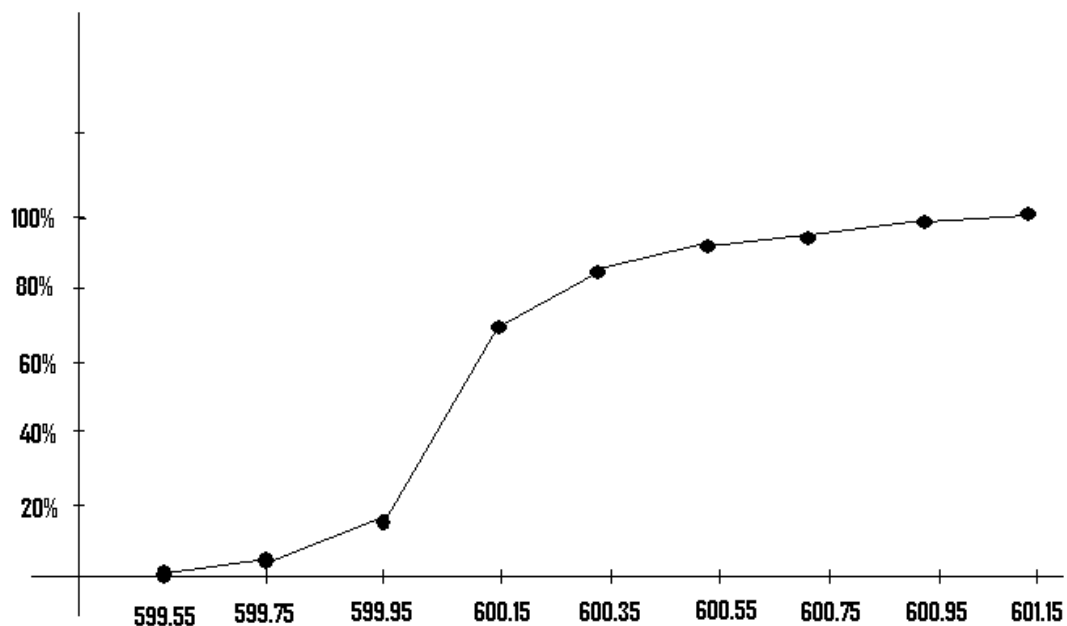
<i>Li</i>	<i>Ls</i>	<i>f</i>	<i>fr</i>	<i>MC</i>	<i>Li Real</i>	<i>Ls Real</i>
1.48	1.53	5				
1.54	1.59	8				
1.60	1.65	9				
1.66	1.71	1				
1.72	1.77	5				

**Ojiva.** Una ojiva es una representación gráfica de las distribuciones de frecuencias acumuladas de los datos cuantitativos. Para construir una ojiva, debemos colocar el límite inferior de la clase más baja sobre el eje x, para mostrar que no existe una observación de esa magnitud o menor. Después directamente encima del límite superior de la clase más baja, colóquese un punto en la altura igual a la frecuencia de la clase. Ahora, en el límite superior de la clase después de la más baja, colóquese un punto un punto igual a la frecuencia acumulada. Continuamos de esta forma hasta que se coloque un punto que represente la frecuencia acumulada total en un lugar inmediatamente encima del límite superior de la clase más alta. Por último, unimos estos puntos por medio de líneas rectas. Es indistinto utilizar la frecuencia acumulada o la frecuencia relativa acumulada. Ejemplifiquemos esto construyendo la ojiva de la siguiente distribución de frecuencias referente al contenido de envases de refresco de la marca Coca-Cola en su presentación de 600 mililitros:

<i>Li</i>	<i>Ls</i>	<i>Li Real</i>	<i>LsReal</i>	<i>Marca de clase</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Frecuencia Relativa</i>	<i>Frecuencia Relativa Acumulada</i>
599.6	599.7				1	1.52	1.52
599.8	599.9				12		19.70
600	600.1			600.05	35	53.03	
600.2	600.3			600.25	12	18.18	90.91
600.4	600.5				4		96.97
600.6	600.7				0	0.00	96.97
600.8	600.9				1		
601	601.1			601.05	1	1.52	100.00

La ojiva correspondiente a esta distribución de frecuencias es:



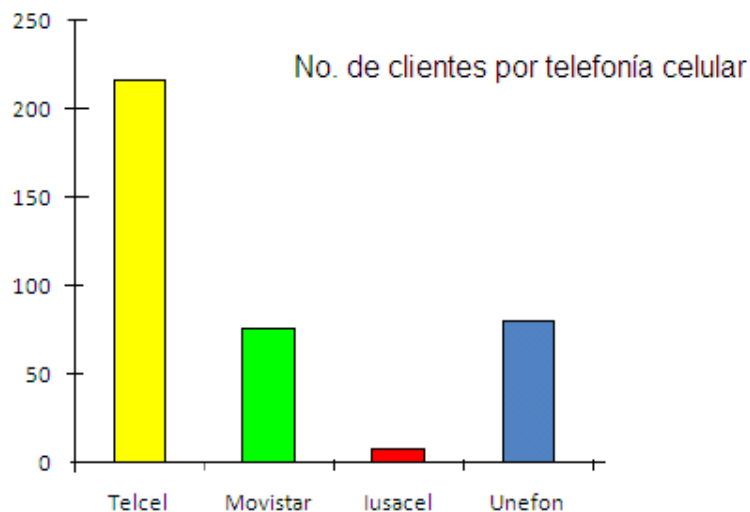


**Interpretación.** Observa que una vez que ha llegado a los 600.35 mililitros existe una cierta estacionalidad del valor de la variable, esto significa que casi ha llegado a abarcar el 100% de las observaciones.

**Gráfica de barras.** La gráfica de barras se utiliza muy a menudo para representar datos cualitativos, por ejemplo: marca de celular, tipo de sangre, género, estado civil, etc. En esta gráfica la anchura de cada una de las barras no tiene importancia, todas deben ser idénticas y las barras no se deben de solapar y tampoco se deben de unir, deben estar separadas procurando que el espacio que las separa sea el mismo en cada par de barras. De hecho, es irrelevante unir las barras, ya que no existe ningún orden lógico. La construcción de este tipo de gráfica es muy simple, se colocan sobre el eje horizontal marcas de acuerdo con las frecuencias correspondientes, de esta forma cada renglón de la tabla de frecuencias se convierte en una barra de la gráfica. Por ejemplo, se tiene la siguiente distribución de frecuencias:

Telefonía celular	Número de clientes
Telcel	216
Movistar	76
Iusacel	8
Unefon	80

La gráfica correspondiente a la distribución anterior es:



### Ejercicio

Representa la siguiente distribución de frecuencias por medio de una gráfica de barras e interpreta la gráfica.

Nivel máximo de estudios de profesores de CCH	Número de profesores
Licenciatura	512
Especialización	60
Maestría	200
Doctorado	25
Posdoctorado	7

**Gráfica circular.** La gráfica circular también se le conoce como gráfica de sectores o gráfica de pastel. Esta gráfica sirve para representar datos cualitativos, por ejemplo: partido político, raza, religión, etc.

La construcción de este tipo de gráfica requiere de la distribución de frecuencias relativas, ya que cada una de estas frecuencias nos proporcionará el porcentaje de “pastel” que le corresponde a cada uno de los valores de la variable. Sabemos que el círculo consta de  $360^\circ$  y la totalidad del círculo estará representado por el 100% y cada uno de los valores estará representado por un sector. Entonces, una frecuencia relativa igual a 30% ¿a cuántos grados equivale? Recurramos a una regla de 3 para obtener la respuesta:

$$360^\circ \rightarrow 100\%$$

$$\square^\circ \rightarrow 30\%$$

El número de grados que equivale al 30% es  $\frac{(360^\circ)(30\%)}{100\%} = 108^\circ$ .

Otro ejemplo, ¿a cuántos grados equivale una frecuencia relativa igual a 58.5%?

$$360^\circ \rightarrow 100\%$$

Entonces:

$$\square^\circ \rightarrow 58.5\%$$

El número de grados que equivale al 58.5% es  $\frac{(360^\circ)(58.5\%)}{100\%} = 210.6^\circ$ .

**Ejercicio.**

a) ¿a cuántos grados equivale una frecuencia relativa igual a 60.9%? \_\_\_\_\_

b) ¿a cuántos grados equivale una frecuencia relativa igual a 12.5%? \_\_\_\_\_

c) ¿a cuántos grados equivale una frecuencia relativa igual a 50%? \_\_\_\_\_

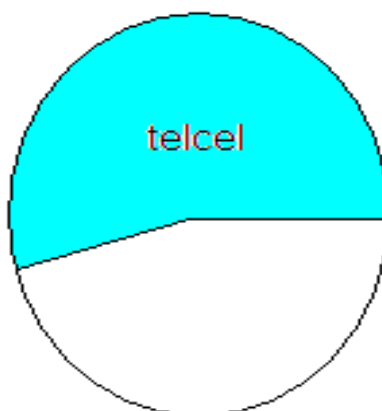
Ahora estamos listos para realizar un ejemplo de gráfica circular.

Requerimos de la distribución de frecuencias relativas y la equivalencia en grados de cada una de las frecuencias que componen dicha distribución:

Telefonía celular	Número de clientes	Porcentaje (fr)	Equivalencia en grados	Acumulación de grados
<b>Telcel</b>	216	$216/380 \times 100 = 56.84\%$	$\frac{(360^\circ)(56.84\%)}{100\%} = 204.6^\circ \approx 205^\circ$	
<b>Movistar</b>	76			
<b>IUSACEL</b>	8		$\frac{(360^\circ)(2.11\%)}{100\%} = 7.596^\circ \approx 8^\circ$	
<b>UNEFON</b>	80	$80/380 \times 100 = 21.05\%$		
<b>Total</b>	<b>380</b>	<b>100%</b>	<b>360°</b>	

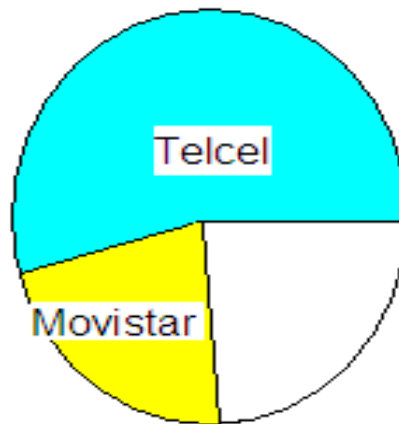
Comencemos a construir los sectores:

El primer sector representa al porcentaje del número de clientes de Telcel, correspondiéndole  $205^\circ$  del círculo (del pastel):



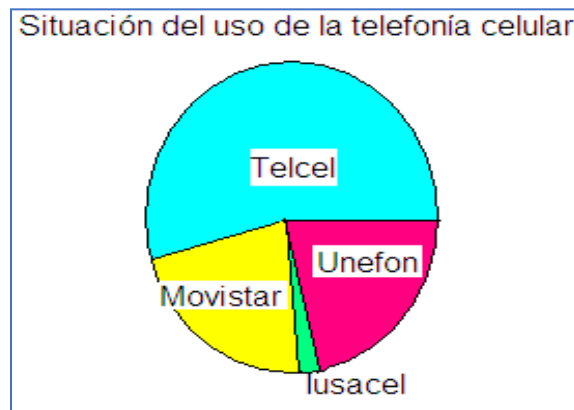
Sugiero considerar los grados como habitualmente lo hacemos, es decir los primeros 90° en el primer cuadrante.

El siguiente sector representa el porcentaje del número de clientes de Movistar, correspondiéndole 72°:



El siguiente sector representa el porcentaje del número de clientes de Iusacel, correspondiéndole 8°, y, lo restante a Unefon correspondiéndole 76°.

Con esto y con un título a la gráfica que informe lo que estamos representando finalizamos la gráfica:

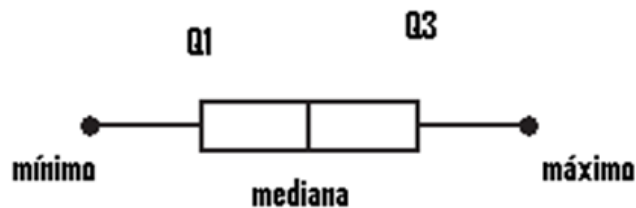


Interpretación. Observa en la gráfica como la empresa de telefonía Telcel abarca con la mayor parte del pastel, es decir de los clientes.

**Gráfica de caja.** La gráfica de caja es una herramienta útil para mostrar cómo se distribuyen los datos con relación a la posición de la medida de tendencia central y la dispersión de los datos. La gráfica de caja se elabora con 5 elementos: dato mínimo, dato máximo, mediana, primer cuartil (Q1) y tercer cuartil (Q3). La línea que divide a la caja es la mediana, los extremos de la caja serán Q1 y Q3 y los “bigotes” que salen de la caja serán el dato mínimo y el máximo.

Con lo que podemos concluir que:

Los datos simétricos están equilibrados o casi equilibrados en el centro. Los datos sesgados están dispersos más hacia un lado del centro que hacia el otro lado.



*Esta gráfica de caja muestra un conjunto de datos simétricos*

Los datos sesgados hacia la derecha implican que están dispersos más hacia la derecha del centro que hacia la izquierda



Este conjunto de datos está sesgado hacia la izquierda.



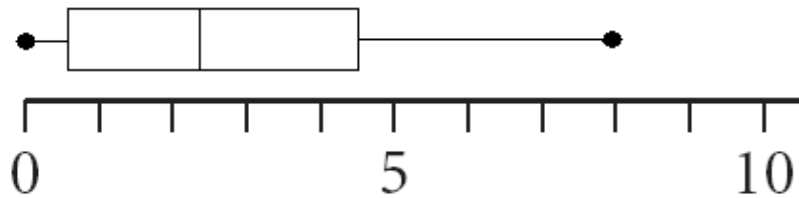
Para ejemplificar considera las calificaciones de 18 estudiantes que presentaron el examen extraordinario de Matemáticas 1 del periodo EB2019: 4.5, 3.2, 5, 4.2, 2.1, 1.5, 0, 0, 0, 2.5, 6.5, 5.5, 3.6, 1, 0.5, 8, 2.1, 0.5

Ordenando los datos de menor a mayor tenemos:

0, 0, 0, 0.5, 0.5, 1, 1.5, 2.1, 2.1, 2.5, 3.2,  
3.6, 4.2, 4.5, 5, 5.5, 6.5, 8

Encontremos los 5 elementos base para construir la gráfica:

$$\begin{aligned} \text{Mínimo} &= 0, \text{Máximo} = 8, \text{Mediana} = (2.1 + 2.5)/2 = 2.3, \\ Q1 &= 0.5, Q3 = 4.5 \end{aligned}$$



Podemos observar que existe simetría en la variable, ya que la línea que divide a la caja se encuentra al centro de ella. También observamos que existe un sesgo hacia la derecha que implica que los datos estén dispersos más hacia la derecha del centro que hacia la izquierda.

**Ejemplo.** Considerando las calificaciones de 13 estudiantes que presentaron el examen extraordinario de Matemáticas 1 del periodo EB2019, con la diferencia de que estos 13 tuvieron 20 horas de asesoría antes de presentar dicho extraordinario:

4 4.5, 5, 3, 3.2, 7, 9.5, 0.8, 6.5, 6.5, 0, 7, 6

Ordenando los datos de menor a mayor tenemos:

0, 0.8, 3, 3.2, 4, 4.5, 5, 6, 6.5, 6.5, 7, 7, 9.5

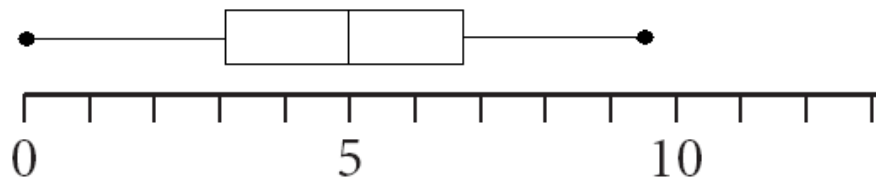
Encontremos los 5 elementos base para construir la gráfica:

$$\text{Mínimo} = 0 \quad \text{Máximo} = 9.5 \quad \text{Mediana} = 5$$

$$Q1 = (3 + 3.2)/2 = 3.1$$

$$Q3 = (6.5 + 7)/2 = 6.75$$





**Interpretación.** Podemos observar que existe simetría en la variable, ya que la línea que divide a la caja se encuentra al centro de ella. También observamos que no existe ningún sesgo.

**En las gráficas de caja:**

¿Qué porcentaje de datos está representado por la caja? \_\_\_\_\_

¿Qué porcentaje representa cada uno de los bigotes? \_\_\_\_\_

¿Se encuentra la mediana siempre en el centro de la caja? \_\_\_\_\_

**Ejercicio**

Las siguientes observaciones corresponden a las ventas diarias en miles de pesos de un pequeño comercio:

1      2      0.5      3.1      2.6      4.1      0.9      1.5      1.9      5.8

Elabora la gráfica de caja correspondiente.