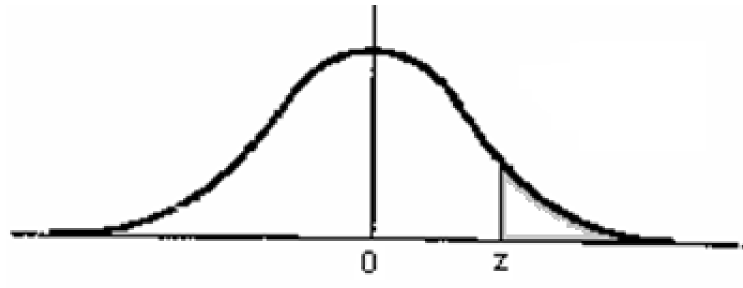
Distribución normal estándar.

Si estandarizamos todas las mediciones en una distribución normal que tiene una media μ y una desviación estándar σ, llamamos a la distribución resultante *distribución normal estándar*. Esta tiene una media igual a cero y una varianza y desviación estándar iguales a 1. En otras palabras, si X es una variable aleatoria distribuida normalmente, entonces $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ que está también normalmente distribuida, con una media 0 y una varianza igual a 1. La gráfica de la distribución normal estándar es la siguiente:

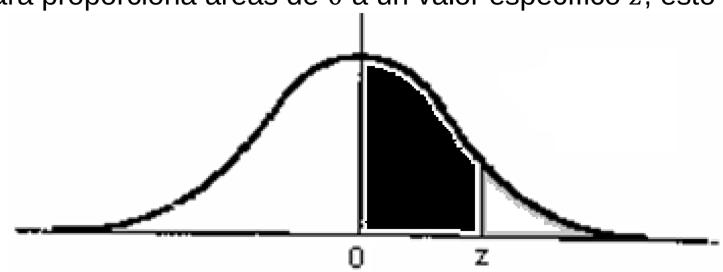


Obtención de áreas bajo la curva normal estándar

Para obtener áreas bajo la curva normal estándar, debes considerar que:

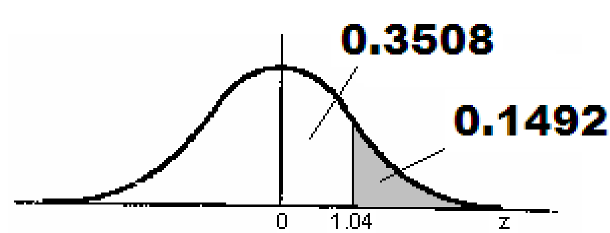
- el área total bajo la curva es igual a 1
- existe simetría con respecto a la media, por lo tanto 0.5 del lado izquierdo y 0.5 del lado derecho

La tabla que se utilizará proporciona áreas de 0 a un valor específico z, esto es:



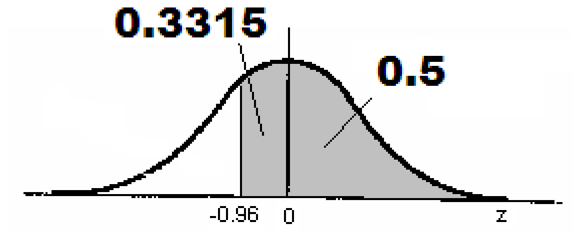
Ejemplos.

1. Obtener el área bajo la curva normal estándar a la derecha de $z = 1.04$
   Solución. La tabla nos proporciona el área bajo la curva entre 0 y $z = 1.04$, teniendo un valor de 0.3508



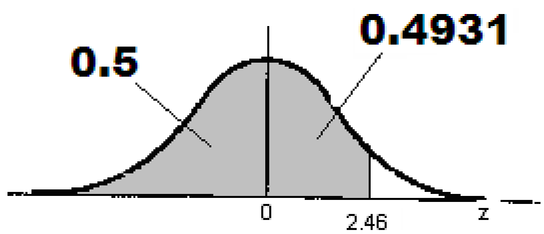
Entonces, el área a la derecha de $z = 1.04$ es $0.5 - 0.3508 = 0.1492$, la cual puede representarse como $P\,(Z > 1.04) = 0.1492$

2. Obtener el área bajo la curva normal estándar a la derecha de $z = -0.96$
Solución. La tabla nos proporciona el área bajo la curva entre 0 y $z = 0.96$, teniendo un valor de 0.3315



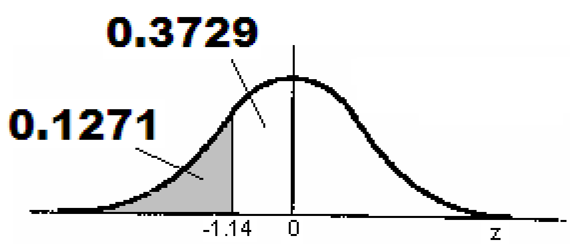
Entonces, el área a la derecha de $z = -0.96$ es $0.5 + 0.3315 = 0.6315$, la cual puede representarse como $P\ (Z > -0.96) = 0.8315$

3. Obtener el área bajo la curva normal estándar a la izquierda de $z = 2.46$
Solución. La tabla nos proporciona el área bajo la curva entre 0 y $z = 2.46$, teniendo un valor de 0.4931



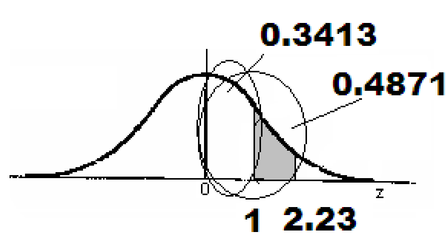
Entonces, el área a la izquierda de $z = 2.46$ es $0.5 + 0.4931 = 0.9931$, la cual puede representarse como $P\ (Z < 2.46) = 0.9931$

4. Obtener el área bajo la curva normal estándar a la izquierda de $z = -1.14$
Solución. La tabla nos proporciona el área bajo la curva entre 0 y $z = 1.14$, teniendo un valor de 0.3729



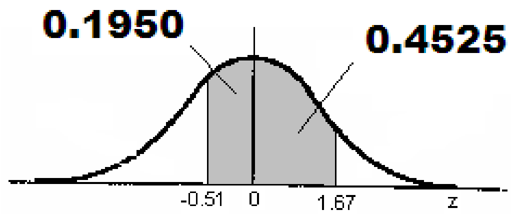
Entonces, el área a la izquierda de $z = -1.14$ es $0.5 - 0.3729 = 0.1271$, la cual puede representarse como $P\ (Z < -1.14) = 0.1271$

5. Obtener el área bajo la curva normal estándar entre $z = 1$ y $z = 2.23$
Solución. La tabla nos proporciona el área bajo la curva entre 0 y $z = 1$, teniendo un valor de 0.3413. También debemos obtener el área bajo la curva entre 0 y $z = 2.23$, cuyo valor es 0.4871. Observa la gráfica:



Entonces, el área entre $z = 1$ y $z = 2.23$ es $0.4871 - 0.3413 = 0.1458$, la cual puede representarse como $P\ (1 < Z < \ 2.23) \ = \ 0.1458$

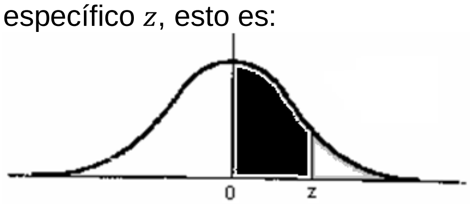
6. Obtener el área bajo la curva normal estándar entre $z = \ -0.51$ y $z \ = \ 1.67$
Solución. La tabla nos proporciona el área bajo la curva entre 0 y $z = 0.51$, teniendo un valor de 0.1950.



Entonces, el área entre $z = -0.51$ y $z = 1.67$ es $0.1950 + .4525 = 0.6475$, la cual puede representarse como $P\ (-0.51 < Z < \ 1.67) \ = \ 0.6475$

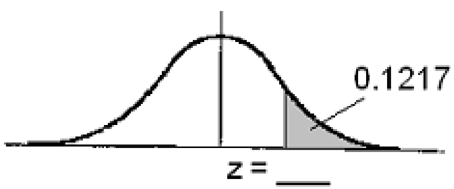
Ejemplos. Correspondiente valor de z

Para obtener el correspondiente valor de z debe considerar que el área total bajo la curva es igual a 1, la existencia de simetría con respecto a la media y que la tabla proporciona áreas de 0 a un valor específico z, esto es:

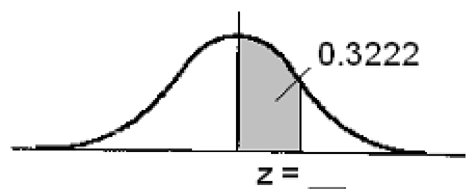


Obtén el correspondiente valor de z en cada una de las siguientes gráficas:

a)



b)



Ejemplos. Correspondiente valor de z.

Realiza los siguientes ejercicios:

a) El área a la derecha de un valor de z es igual a 0.7534, ¿Cuál es el valor de z?

b) El área a la izquierda de un valor de z es igual a 0.5579, ¿Cuál es el valor de z?