

**EJEMPLO 11** Demuestre que  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$ .

**SOLUCIÓN** En primer lugar, note que **no puede** aplicar

$$\text{Ø} \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sen} \frac{1}{x}$$

porque  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sen}(1/x)$  no existe (véase el ejemplo 4, en la sección 2.2). Sin embargo, como

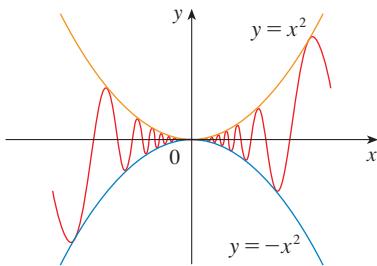
$$-1 \leq \operatorname{sen} \frac{1}{x} \leq 1$$

tiene, como se ilustra mediante la figura 8,

$$-x^2 \leq x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} \leq x^2$$

Sabe que

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (-x^2) = 0$$



**FIGURA 8**  
 $y = x^2 \operatorname{sen}(1/x)$

Al tomar  $f(x) = -x^2$ ,  $g(x) = x^2 \operatorname{sen}(1/x)$  y  $h(x) = x^2$  en el teorema de la compresión, obtiene

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

□

## 2.3 EJERCICIOS

1. Dado que

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 0$$

encuentre los límites que existan. Si el límite no existe, explique por qué.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 5g(x)]$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} [g(x)]^3$

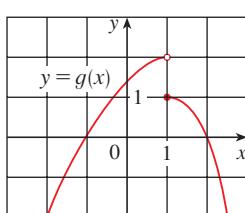
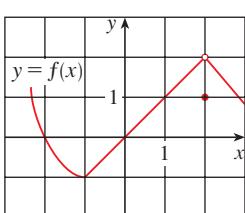
(c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x)}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)}{g(x)}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{h(x)}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)h(x)}{f(x)}$

2. Se dan las gráficas de  $f$  y  $g$ . Úselas para evaluar cada límite, si existe. Si el límite no existe, explique por qué.



(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$

3-9. Evalúe el límite y justifique cada etapa indicando la(s) ley(es) de los límites apropiada(s).

3.  $\lim_{x \rightarrow -2} (3x^4 + 2x^2 - x + 1)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 6x - 4}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 8} (1 + \sqrt[3]{x})(2 - 6x^2 + x^3)$

6.  $\lim_{t \rightarrow -1} (t^2 + 1)^3(t + 3)^5$

7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1 + 3x}{1 + 4x^2 + 3x^4} \right)^3$

8.  $\lim_{u \rightarrow -2} \sqrt{u^4 + 3u + 6}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \sqrt{16 - x^2}$

10. (a) ¿Qué está incorrecto en la ecuación siguiente?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$